

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Альфа-распад. Кулоновский и центробежный  
барьеры.**

Реферат по курсу предмета

«Физика ядра и частиц»

студента 3-го курса

314 группы

Букунова К. А.

# Содержание

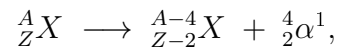
Введение	2
Определение альфа-распада.	2
Масштабы альфа-распадов.	3
Теория альфа-распада Г. А. Гамова.	6
Кулоновский и центробежный барьеры.	9
Список литературы	11

## Введение

Вскоре после открытия А. Беккерелем явления радиоактивности,  $\alpha$ -лучами был назван наименее проникающий вид излучения. Чуть позже в 1909 году Э. Резерфорд доказал, что  $\alpha$ -частицами являются ядра атома  ${}^4_2\text{He}$ .

## Определение альфа-распада.

Сегодня явление  $\alpha$ -распада определяется как самопроизвольное испускание (исходными) тяжёлыми ядрами  $\alpha$ -частиц (ядер атомов  ${}^4_2\text{He}$ ), при котором массовое число конечного ядра уменьшается на 4 а.е.м., а заряд – на 2 абсолютных величины заряда электрона:



где  $A$  – массовое число ядра,  $Z$  – его заряд,  ${}^A_Z X$  – исходное ядро,  ${}^{A-4}_{Z-2} X$  – конечное ядро.

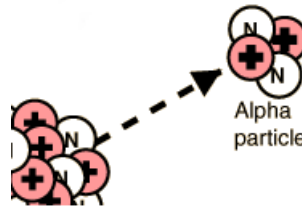


Рис. 1. Схематическое представление  $\alpha$ -частицы.

Необходимым, но не достаточным условием явления  $\alpha$ -распада является энергетическое неравенство начальных и конечных масс продуктов реакции (следствие закона сохранения энергии)<sup>2</sup>:

$$M(A, Z) > M(A - 4, Z - 2) + M(\alpha).$$

Соответственно, энергия реакции – суммарная кинетическая энергия конечного ядра и  $\alpha$ -частицы – вычисляется по формуле:

$$Q_\alpha = M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M(\alpha). \quad (1)$$

<sup>1</sup>В дальнейшем индексы, обозначающие заряд и массовое число  $\alpha$ -частицы, будут опускаться.

<sup>2</sup>Здесь масса измеряется в энергетических единицах, как принято в «натуральной системе»:  $hc = 1$ .

Ядра могут испытывать  $\alpha$ -распад на возбуждённые состояния конечных ядер и из возбуждённых состояний начальных ядер. Поэтому соотношение (1) для энергии  $\alpha$ -распада можно обобщить следующим образом:

$$Q_\alpha = M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M(\alpha) + E_{initial}^* + E_{final}^*,$$

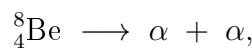
где  $E_{initial}^*$  и  $E_{final}^*$  – энергия возбуждения начального и конечного ядер соответственно.  $\alpha$ -частицы, возникающие в результате распада возбуждённых состояний ядер получили название длиннопробежных.

Экспериментально исследовано, что подавляющее большинство  $\alpha$ -радиоактивных изотопов (более 200) расположено в периодической системе в области тяжёлых ядер ( $Z > 83$ ), однако известно также около 20 изотопов, нестабильных к  $\alpha$ -распаду, среди редкоземельных элементов (в том числе и лантаноидов). Так, самый лёгкий нуклид принадлежит к группе лантаноидов

$${}_{60}^{144}\text{Nd} : T_\alpha = 1.85 \text{ MeV}, t_{1/2} = 2.3 \cdot 10^{15} \text{ лет.}$$

Существование  $\alpha$ -радиоактивности тяжёлых ядер обусловлено тем, что  $\alpha$ -распад связан с кулоновским отталкиванием, которое растёт по мере увеличения размеров ядер быстрее ( $\propto Z^2$ ), чем ядерные силы притяжения, которые растут линейно с ростом массового числа  $A$ .

Следует иметь в виду, что реакция



не является радиоактивным распадом, т.к. ядро  ${}_{4}^{8}\text{Be}$  является относительно лёгким. Данный процесс классифицируется как распад составного ядра.

## Масштабы альфа-распадов.

Экспериментально наблюдаемые величины кинетических энергий продуктов распада заключаются в узком интервале:

$$2 \leq Q_\alpha \leq 9 \text{ MeV},$$

причём энергия, уносимая  $\alpha$ -частицей ( $T_\alpha$ ), составляет основную часть всей энергии, выделяющейся в реакции (около 98%). Оставшиеся 2% приходятся на кинетическую энергию конечного ядра. Используя законы сохранения энергии и импульса

(пренебрегая релятивистскими эффектами вследствие малости кинетических энергий продуктов реакции по сравнению с их массами), можно получить соотношение для кинетической энергии  $\alpha$ -частицы:

$$T_\alpha = \frac{M(A-4, Z-2)}{M(\alpha) + M(A-4, Z-2)} Q_\alpha, \quad (2)$$

$$M(\alpha) \ll M(A-4, Z-2). \quad (3)$$

Учитывая, что при  $\alpha$ -распаде масса  $\alpha$ -частицы много меньше массы конечного ядра (3), дробь в (2) принимает значения близкие к единице ( $\approx 0.98$ ).

На ряду с энергетическими масштабами стоит привести временные масштабы, характерные для периодов полураспада:

$$10^{-8} \text{ с} \leq t_{1/2} \leq 10^{19} \text{ лет.}$$

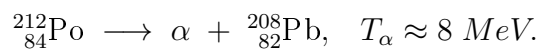
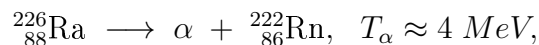
Анализ экспериментальных данных, приводит к сильной зависимости кинетической энергии  $\alpha$ -частицы  $T_\alpha$  от времени полураспада начального ядра  $t_{1/2}$ : при небольшом изменении энергии  $\alpha$ -частицы периоды полураспадов изменяются на много порядков. Эта зависимость была замечена ещё на заре развития ядерной физики (1911 г.) и выражена в виде эмпирического закона, который носит название «закона Гейгера - Нэттола»:

$$\lg t_{1/2} = \frac{A}{\sqrt{T_\alpha}} - B,$$

где  $A$  и  $B$  – некоторые эмпирические константы:  $120 \leq A \leq 160$ ,  $50 \leq B \leq 55$ . Для константы  $A$  наблюдается слабая зависимость от  $Z$ , которая аппроксимирована следующей функцией:

$$A = 9.54 \cdot Z^{0.6}.$$

Данный закон выполняется особо хорошо для чётно-чётных изотопов одного элемента. Произведём оценку энергий  $\alpha$ -частиц и периодов полураспада:



$$A \approx 150, B \approx 55;$$

$$T_\alpha : 4 \longrightarrow 8 \text{ MeV},$$

$$t_{1/2} : 5 \cdot 10^{10} \longrightarrow 3 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

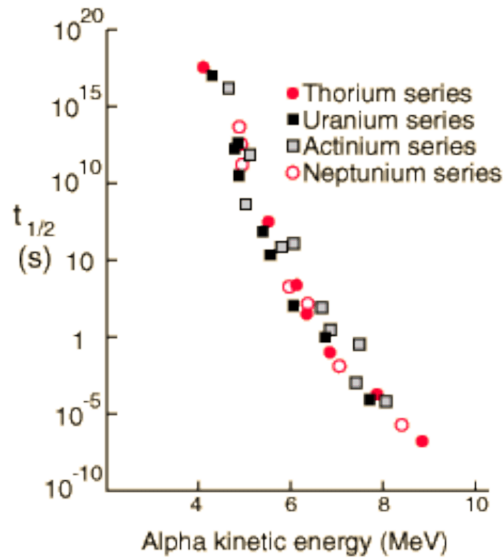


Рис. 2. Зависимость периодов полураспада от кинетических энергий  $\alpha$ -частиц.

Для нечётно-чётных, чётно-нечётных, нечётно-нечётных ядер общая тенденция сохраняется, но их периоды полураспада в  $2 \div 1000$  раз больше, чем для чётно-чётных ядер с данными  $Z$  и  $T_\alpha$ .

Однако, важной особенностью является не только данная зависимость кинетических энергий  $\alpha$ -частиц, но и относительная малость их экспериментальных значений, что позволяет сделать некоторые предположения.

Вспомним опыт Э. Резерфорда по бомбардировке  $\alpha$ -частицами ядер радиоактивных элементов. Экспериментальные данные показали, что  $\alpha$ -частицы могут приближаться к ядру на очень малые расстояния, которые зависят от энергии  $\alpha$ -частиц. В момент максимального сближения вся кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы переходит в её потенциальную энергию. После этого  $\alpha$ -частица силами кулоновского отталкивания снова разгоняется и приобретает кинетическую энергию, примерно равную первоначальной. В момент максимального сближения  $\alpha$ -частицы и ядра захват  $\alpha$ -частицы и изменение ядра не происходит; это означает, что  $\alpha$ -частица находится вне ядра. Отсюда можно заключить, что при радиоактивном распаде  $\alpha$ -частицы вылетают из ядра с расстояний от центра ядра меньших, чем расстояние между ядром и бомбардирующей ядро частицей. Поэтому кулоновские силы отталкивания должны ускорять  $\alpha$ -частицу, образовавшуюся в результате радиоактивного распада, сильнее, чем  $\alpha$ -частицу, которая при бомбардировке приблизилась к ядру. Следовательно, энергия  $\alpha$ -частиц, образовавшихся в результате радиоактивного распада,

должна быть больше энергии  $\alpha$ -частиц, которыми бомбардируется ядро, если эта бомбардировка не сопровождается захватом  $\alpha$ -частиц и изменением ядра. Однако опыт показывает, что это не так. В действительности энергия  $\alpha$ -частиц, являющихся продуктом радиоактивного распада, значительно меньше той, которую можно было бы ожидать на основании только что изложенных соображений. Дело обстоит так, что как будто бы  $\alpha$ -частица начинает ускоряться кулоновским полем отталкивания ядра с больших расстояний, чем размеры ядра ( $r \gg R_{\text{яд.}}$ ). Это обстоятельство нельзя понять в рамках классических представлений. Отсюда возникает необходимость квантово-механического описания данного процесса с помощью туннельного эффекта.

## Теория альфа-распада Г. А. Гамова.

Простейшая теория, способная объяснить сильную зависимость вероятности  $\alpha$ -распада от энергии  $\alpha$ -частиц, была изложена Г. А. Гамовым в 1928 году. Она исходит из предположения о существовании  $\alpha$ -частиц в тяжёлых атомных ядрах, а вероятность  $\alpha$ -распада в основном определяется вероятностью туннелирования  $\alpha$ -частицы сквозь кулоновский потенциальный барьер конечной проницаемости.

Рассмотрим модель  $\alpha$ -распада Гамова. Предполагается, что  $\alpha$ -частица движется в сферической области радиуса  $R$ , где  $R$  – радиус ядра, а также предполагается, что  $\alpha$ -частица постоянно существует в ядре.

Вероятность  $\alpha$ -распада в единицу времени ( $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада) равна произведению вероятности найти  $\alpha$ -частицу на границе ядра ( $f$ ) на вероятность её прохождения сквозь потенциальный барьер ( $D$  – прозрачность барьера):

$$\lambda = fD = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}.$$

Величину  $f$  можно отождествить с числом соударений в единицу времени, которые испытывает  $\alpha$ -частица о внутренние границы барьера. Оценим эту величину, учитывая финитность движения  $\alpha$ -частицы внутри ядра с некоторым периодом  $T$ :

$$T \simeq \frac{2R}{v}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2r_0 A^{1/3}},$$

где  $v$  – скорость  $\alpha$ -частицы внутри ядра.

Величина  $D$  (вероятность вылета  $\alpha$ -частицы при одном столкновении) пропорци-

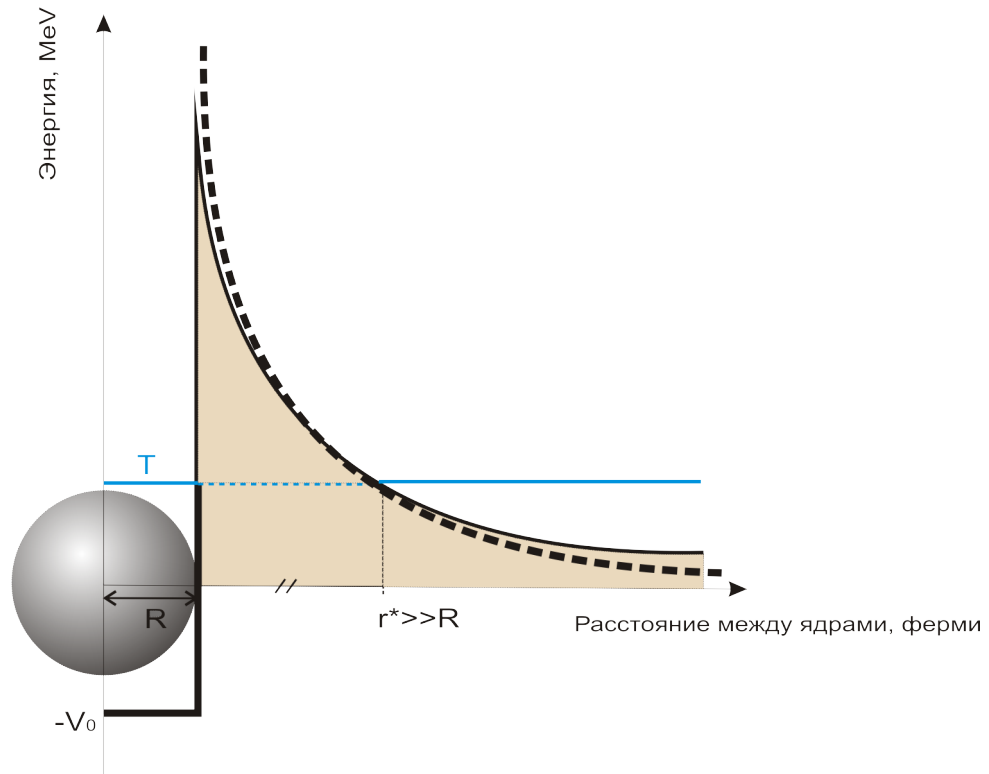


Рис. 3. Характерный вид потенциала.

ональна величине прозрачности потенциального барьера:

$$D \sim e^{-\frac{2}{\hbar} \int_R^{r^*} \sqrt{2\mu(V(r)-T_\alpha)} dr},$$

где  $\mu$  – приведённая масса конечного ядра и  $\alpha$ -частицы,  $V(r)$  – потенциальный барьер (рис. 3),  $r^*$  – расстояние от ядра, при котором частица преодолевает потенциальный барьер.

На рис. 3 (жирная сплошная линия) показана зависимость потенциальной энергии между  $\alpha$ -частицей и остаточным ядром от расстояния между их центрами. Можно выделить три области:

1.  $r < R$  – сферическая потенциальная яма глубиной  $V_0$ . В классической механике  $\alpha$ -частица с кинетической энергией  $T_\alpha + V_0$  может двигаться в этой области, но не способна ее покинуть. В этой области существенно сильное взаимодействие между  $\alpha$ -частицей и остаточным ядром.
2.  $R < r < r^*$  – область потенциального барьера, в которой потенциальная энергия больше энергии  $\alpha$ -частицы, т.е. это область запрещенная для классической частицы.



3.  $r > r^*$  – область вне потенциального барьера.

Кулоновский потенциал обрезается потенциальной ямой на расстоянии  $R$ , которое приблизительно равно радиусу остаточного ядра. Поэтому для расчёта, который провёл Гамов, целесообразно взять потенциал следующего вида:

$$V(r) = \begin{cases} \frac{2(Z-2)e^2}{r}, & r > R \\ -V_0, & r \leq R. \end{cases}$$

Вероятность туннелирования:

$$\begin{aligned} D &\sim \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2\mu T_\alpha} \int_R^{r^*} \sqrt{\frac{V(r)}{T_\alpha} - 1} dr \right\} = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2\mu T_\alpha} \int_R^{r^*} \sqrt{\frac{2(Z-2)e^2}{rT_\alpha} - 1} dr \right\} = \\ &= \int \frac{1}{x} = \frac{2(Z-2)e^2}{rT_\alpha}, \quad dx = \frac{T_\alpha}{2(Z-2)e^2} dr; \quad \text{из рис. 3: } \frac{2(Z-2)e^2}{r^*} = T_\alpha \Rightarrow \frac{2(Z-2)e^2}{r^*T_\alpha} = 1 \int = \\ &\exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2\mu T_\alpha} \frac{2(Z-2)e^2}{T_\alpha} \int_{R/r^*}^1 \sqrt{\frac{1}{x} - 1} dx \right\} = \int x = \sin^2 \varphi, \quad dx = 2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi / = \\ &\exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2\mu T_\alpha} \frac{2(Z-2)e^2}{T_\alpha} \int_{\arcsin(\sqrt{R/r^*})}^{\pi/2} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \varphi} - 1} \cdot 2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \right\} = \\ &= \int \frac{R}{r^*} \ll 1, \quad \arcsin \sqrt{\frac{R}{r^*}} \approx \sqrt{\frac{R}{r^*}} \rightarrow 0 \int = \\ &\exp \left\{ -4 \sqrt{\frac{2\mu c^2}{T_\alpha}} \frac{e^2}{\hbar c} (Z-2) 2 \int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} - 1} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \right\} = \\ &= \int \frac{e^2}{\hbar c} = \alpha \approx \frac{1}{137} \int = \exp \left\{ -4 \sqrt{\frac{2\mu c^2}{T_\alpha}} \alpha (Z-2) 2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi d\varphi \right\} = \exp \left\{ -4\alpha (Z-2) \pi \sqrt{\frac{\mu c^2}{2T_\alpha}} \right\}. \end{aligned}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{\ln(2)}{fD} \simeq \ln(2) \frac{2r_0 A^{1/3}}{\vartheta} \exp \left\{ 4\alpha (Z-2) \pi \sqrt{\frac{\mu c^2}{2T_\alpha}} \right\}. \quad (4)$$

Расчитанные формуле (4) периоды полураспада правильно передают важнейшую закономерность  $\alpha$ -распада – сильную зависимость периода полураспада  $t_{1/2}$  от энергии  $\alpha$ -частиц  $T_\alpha$ , что экспериментально свидетельствует о правильности модели  $\alpha$ -распада, основанной на туннельном эффекте<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Если предположить, что кинетическая энергия  $T_\alpha^0$  родоначальника радиоактивного семейства отличается от кинетической энергии  $T_\alpha^i$  какого-либо ядра семейства лишь на малую величину, то из формулы (4) можно получить закон Гейгера - Нэттола.

## Кулоновский и центробежный барьеры.

При изменении периодов полураспада более чем на 20 порядков отличия экспериментальных значений от расчетных всего  $1 \div 2$  порядка. Конечно, такие расхождения все же довольно велики. Где их источник, и как нужно усовершенствовать теорию, чтобы эти расхождения с экспериментом уменьшить? Какие факторы должны быть дополнительно учтены?

Приведенные выше формулы описывают эмиссию  $\alpha$ -частиц с нулевым орбитальным моментом  $l$ . Однако возможен распад и с ненулевым орбитальным моментом, более того, в ряде случаев распад с  $l = 0$  запрещен законами сохранения. В этом случае к кулоновскому потенциалу  $V(r)$  добавляется центробежный  $V_{\text{ц.б.}}(r)$ :

$$V_{\text{эфф.}} = V(r) + V_{\text{ц.б.}}(r),$$

$$V_{\text{ц.б.}}(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu_\alpha r^2}.$$

Таким образом, гамильтониан такой системы будет:

$$\hat{H} = \hat{T}_\alpha + \hat{V}_{\text{эфф.}}$$

Высота центробежного барьера для тяжелых ядер при  $l = 8$  составляет около 10% от высоты кулоновского барьера (что ещё больше препятствует вылету  $\alpha$ -частицы из ядра). Также центробежный потенциал спадает быстрее, чем кулоновский (см. рис 3, жирные сплошная и пунктирная линии), эффект вполне ощутим и для больших  $l$  может приводить к подавлению  $\alpha$ -распада более, чем на 2 порядка.

Результаты расчетов прозрачности барьера чувствительны к средним радиусам ядер  $R$ . Так, изменение  $R$  всего на 4% приводит к изменению периода полураспада  $t_{1/2}$  в 5 раз. Ядра с  $A \geq 230$  могут быть сильно деформированы, что приводит к тому, что  $\alpha$ -частицы охотнее вылетают вдоль большой оси эллипсоида, а средняя вероятность вылета отличается от таковой для сферического ядра. Сильную зависимость периода полураспада от радиуса ядра можно использовать, определяя радиусы ядер по экспериментальным значениям периодов полураспада.

В рассматриваемой модели Гамова никак не учитывалась структура состояний начального и конечного ядер и тесно связанная с этим проблема образования  $\alpha$ -частицы в ядре, вероятность которой молчаливо полагалась равной 1. В действительности вероятность того, что  $\alpha$ -частица покинет ядро ( $W_\alpha$ ) состоит из вероятности

сти образования  $\alpha$ -частицы в ядре ( $\tilde{W}$ ) и вероятности распада ядра ( $\lambda$ ):

$$W_\alpha = \tilde{W}\lambda.$$

Для чётно-чётных ядер приближение  $\tilde{W} \approx 1$  довольно хорошо описывает эксперимент. Однако, если перестройка структуры исходных ядер в конечные заметно затруднена, то необходимые для учета этих эффектов модификации предэкспоненциального множителя  $f$ , могут приводить к изменению расчетных значений приблизительно на два порядка.

## Список литературы

1. Капитонов И. М. «Введение в физику ядра и частиц». (2010)
2. Широков Ю. М., Юдин Н. П. «Ядерная физика». (1980)
3. Матвеев А. Н. «Атомная физика». (1989)
4. Ядерный практикум. Лабораторная работа №2: «Радиоактивность, альфа-распад, взаимодействие альфа-частиц с веществом».